

**מבחן בקורס ההכנה האינטרנטי לטכניון**

19.10.2014

מס' סטודנט:  פקולטה:

משך הבחינה 3 שעות.  
השימוש בחומר עזר כלשהו אסור.  
יש לכתוב בעט כחול או שחור בלבד. אין לכתוב בעפרון.  
מלאו תשובות במסגרות. לא תיבדק הדרך, והציון על כל סעיף של שאלה יהיה מלא או 0.  
סכום הנקודות האפשרי הוא 145 (מתוך 100)  
אין לפרק את השאלון ויש להחזירו בשלמותו בתום הבחינה (המחברת תשמש לטיוטה בלבד).

**בהצלחה!**

ניקוד

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	שאלה 5
	שאלה 6
	שאלה 7
	שאלה 8
	שאלה 9
	שאלה 10
	שאלה 11
	שאלה 12
	שאלה 13
	שאלה 14
	שאלה 15
	שאלה 16
	שאלה 17
	שאלה 18
	סה"כ

### שאלה מס' 1 (5 נקודות)

כתבו את המספר המחזורי  $x = 0.123123123\dots$  כשבר פשוט מצומצם.

$$x = \frac{\frac{123}{999}}{\frac{41}{333}} =$$

### שאלה מס' 2 (5 נקודות)

שני האיברים האמצעיים בסדרה חשבונית  $a_1, \dots, a_{100}$  בת 100 איברים הם 2.99 ו-3.03, כלומר  $a_{50} = 2.99$ ,  $a_{51} = 3.03$ . מהו סכום הסדרה?

$$S_n = \frac{100 \times 3.01}{301}$$

### שאלה מס' 3 (5 נקודות)

תנו דוגמה לפונקציה  $f(x)$  שמוגדרת לכל  $x \neq 5$ , ולגרף  $y = f(x)$  יש אסימפטוטה משופעת  $y = 2x + 3$  כאשר  $x$  שואף לאינסוף, ואסימפטוטה אנכית  $x = 5$ .

$$f(x) = \frac{f(x) = 2x + 3 + \frac{1}{x-5}}{f(x) =}$$

### שאלה מס' 4 (5 נקודות)

חשבו

$$\int \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{\ln(x^2 + 1)}{2}$$

שאלה מס' 5 (5 נקודות)

חשבו

$$\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx = \boxed{x - \arctan x}$$

שאלה מס' 6

א. (5 נקודות)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = \boxed{0}$$

ב. (5 נקודות)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} = \boxed{2}$$

שאלה מס' 7 (5 נקודות)

תהא  $f(x) = \sin(\arctan(x^2))$ . חשבו:

$$f'(1) = \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

שאלה מס' 8 (5 נקודות)

אילו מן הביטויים הבאים שואפים ל-0 כאשר  $x \rightarrow \infty$ ? סמנו V ליד הביטויים ששואפים ל-0. (ניקוד יינתן רק על שתי תשובות נכונות)

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{1-x} \quad \boxed{V}$$

$$\frac{\log_2 x}{\sqrt{x}} \quad \boxed{V}$$

שאלה מס' 9

חשבו

א. (5 נקודות)

$$(\log_{10} e)(\ln 100) = \boxed{2}$$

ב. (5 נקודות)

$$\frac{\log_{1000} e}{\log_{10} e} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

שאלה מס' 10 (5 נקודות)

רשמו את הביטוי  $10x^2 + 10x + 100$  בצורה  $a(x + b)^2 + c$ .

$$\boxed{10(x + \frac{1}{2})^2 + 97.5}$$

שאלה מס' 11 (5 נקודות)

תהא  $f(x) = 3x + 5$ . אזי הפונקציה ההפוכה לה היא

$$g(x) = \boxed{(x - 5)/3}$$

שאלה מס' 12

תהא  $f(x)$  פונקציה המקיימת  $f(2) = 3$ ,  $f'(2) = 4$ ,  $f''(2) = 0$ .

א. (5 נקודות) תנו דוגמה לפונקציה כזו.

$$f(x) = \boxed{4x - 5}$$

ב. (5 נקודות) נסמן את הפונקציה ההפוכה ל- $f$  ב- $g(x)$  (אנחנו מניחים שיש פונקציה הפוכה). מלאו את הריבועים במספרים כך שתקבל מסקנה משני הנתונים הראשונים:

$$g'(\boxed{3}) = \boxed{\frac{1}{4}}$$

### שאלה מס' 13 (5 נקודות)

אורך ההיטל של הוקטור  $(1, 1, 1)$  על וקטור  $\vec{u}$  הוא  $\frac{3}{2}$ , ונתון שהזווית  $\alpha$  בין שני הוקטורים היא קהה. מהי הזווית הזאת, מבוטאת ברדיאנים?

$$\alpha = \boxed{\frac{5}{6}\pi}$$

### שאלה מס' 14

א. (5 נקודות) מהו השטח בין גרף הפונקציה  $\sin 2x$  לבין ציר ה- $x$ , בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ?

$$S = \boxed{2}$$

ב. (5 נקודות) חשבו:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \, dx = \boxed{0}$$

### שאלה מס' 15

תהא  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

א. (5 נקודות) ציירו את הגרף של הפונקציה.

ב. (5 נקודות) מספר הפתרונות למשוואה  $f(x) = 1$  הוא .

ג. (5 נקודות) פתרונות המשוואה הם:

$$x = 0$$

ד. (5 נקודות) מספר הפתרונות למשוואה  $f(x) = 2$  הוא .

ה. (5 נקודות) פתרונות המשוואה הם:

$$x = \ln(2 + \sqrt{3}), x = \ln(2 - \sqrt{3})$$

### שאלה מס' 16 (2 × 5 נקודות)

סמנו  $V$  בתיבה אם הטענה נכונה. אם לא - מצאו ערך של המשתנה שמראה שאינה נכונה.

•  $\cos^2(x) + \cos^2(\frac{\pi}{2} - x) = 1$  לכל ערך של  $x$ .   
הטענה לא נכונה. ערך של  $x$  המראה זאת הוא:

•  $\tan^2 x = \frac{1}{1 + \cos^2 x}$  לכל ערך של  $x$ .   
הטענה לא נכונה. ערך של  $x$  המראה זאת הוא:

•  $\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$  לכל ערך של  $x$ .   
הטענה לא נכונה. ערך של  $x$  המראה זאת הוא:

•  $\sin x \leq x$  לכל ערך של  $x$

הטענה לא נכונה. ערך של  $x$  המראה זאת הוא:  $x =$    
 $-\pi$

•  $(\sin x)^2 \leq x^2$  לכל ערך של  $x$

הטענה לא נכונה. ערך של  $x$  המראה זאת הוא:  $x =$

### שאלה מס' 17 (10 נקודות)

במערכת צירים  $x, y, z$  מסובבים את התחום  $z \geq x^2, y = 0$  (זהו התחום שמעל פרבולה, במישור  $x, z$ ) סביב ציר  $z$ . מהו שטח החתך  $z = 10$  של הגוף הזה?

$$S = \begin{matrix} 10\pi \\ \end{matrix}$$

### שאלה מס' 18 (10 נקודות לכל היותר)

כתבו פונקציה שמוגדרת בתחום  $[0, 1] \cup [2, 3]$  (שימו לב: הנוסחה שלה יכולה להיות מוגדרת גם לערכים אחרים של המשתנה) והתמונה שלה בהינתן התחום הזה היא  $[4, 5]$ . על פונקציה שנתונה בנוסחה אחת תקבלו 10 נקודות, על פונקציה שמוגדרת בהסתעפויות (מקרים) תקבלו 3 נקודות.

$$f(x) = \begin{matrix} |x - 1.5| + 3.5 \\ \end{matrix}$$