

# מבחן לדוגמה בקורס ההכנה האינטרנטי לטכניון

הערה א. חומר שאינו נכלל במבחן: מישורים ב- $\mathbb{R}^3$ ; גיאומטריה אנליטית; מספרים מרוכבים. במבחן שלהלן נכללה שאלה על וקטורים, שנועדה להדגים היכן אנו שמים דגש בנושא זה. אינכם חייבים לתרגל אותה.

הערה ב. זהו מבחן ארוך. הכוונה היא לתת תחושה בדבר רוח השאלות, ולשם כך נתנו מספר שאלות גדול מאשר אפשר לפתור ב-3 שעות. המבחן שיינתן ב-19.10 יהיה קצר יותר ומותאם ל-3 שעות.

1. שטח העיגול  $x^2 + y^2 \leq 3$  הוא:

2. האליפסה  $\frac{x^2}{5^2} + y^2 = 3$  מתקבלת ממתחת העיגול בכיוון ציר  $x$  פי:..... (רמז: באילו נקודות נחתת האליפסה עם ציר  $x$ ?)

3. שטחה של האליפסה  $\frac{x^2}{5^2} + y^2 \leq 3$  הוא:

4. קבוצת הפתרונות של אי השוויון  $(x-1)(x-2)(x-3) \geq 0$  היא:

5. לאילו מאי השוויונות הבאים קבוצת הפתרונות היא  $(-\infty, \infty)$ :

א.  $\cos^4 x + \sin^4 x \leq 1$

ב.  $\cos^4 x + \sin^4 x < 1$

ג.  $e^x \leq 2^x$

6. נתון שסכומה של סדרה גיאומטרית בת 10 איברים הוא  $\pi$  ושמונתה היא 2. אם ממשיכים את הסדרה 10 איברים נוספים, סכומה יהיה: א.  $e$ . ב.  $\pi^2$ . ג.  $1025\pi$ . ד.  $256\pi$ .

7. תהא  $f(x) = \sin(x)$ ,  $g(x) = \pi - x$ ,  $h(x) = -x$

מהו  $f(g(h(\pi)))$ ?

8. שתי פונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  נקראות "מתחלפות" אם  $g(h(x)) = h(g(x))$  לכל  $x$  שעבורו הביטויים האלה מוגדרים. תהיינה  $f, g, h, k$  מוגדרות כמו בשאלה הקודמת. אילו מ-3 האגות שאפשר להרכיב מהן הם זוגות של פונקציות מתחלפות?

סמנו  $V$  ליד כל אחד מן הזוגות המתחלפים:

$(f, g), (f, h), (g, h)$

9. אילו מן הזהויות הטריגונומטריות הבאות נכונות. אם אתם טוענים שהזהות אינה נכונה, הראו זאת על ידי הצבת ערך מסוים של  $x$ :

$$\sin(\pi/2 - x) = \cos(x)$$

$$\sin(3x) = 2 \sin(x) \cos^2(x) + \sin(x) \cos^2(x) - \sin^3(x)$$

$$\cos(\pi/2 + x) = -\sin(x)$$

$$\cos(2013\pi + x) = \cos(x)$$

10. יהא  $ABC$  משולש, ונסמן  $\vec{u} = \vec{AB}$ ,  $\vec{v} = \vec{AC}$

א. כתבו בעזרת  $\vec{u}$  ו- $\vec{v}$  את הוקטור שמתבר את  $A$  עם אמצע הצלע  $BC$   
 ב. כתבו בעזרת  $\vec{u}$  ו- $\vec{v}$  את הוקטור שמתבר את  $A$  עם נקודה  $D$  על הצלע  $BC$  המקיימת  $|BD| : |DC| = 2$

ג. כתבו בעזרת  $\vec{u}$  ו- $\vec{v}$  את הוקטור שמתבר את  $A$  עם נקודה  $Q$  על הצלע  $BC$  כך ש- $AQ$  חוצה את הזווית  $\angle A$ . (תזכורת למשפט גיאומטרי: חוצה הזווית במשולש מחלק את הצלע ממולו ביחס זהה ליחס בין צלעות המשולש שתוחמות את הזווית.)

11. תהא  $f(x) = x^2 + 1$ . תהא  $g(y)$  הפונקציה ההפוכה בתחום שבו  $1 \leq x \leq 5$  (ההגבלה הזאת נעשית כדי שבהינתן  $y$  נדע מהו  $x$ ). כתבו נוסחה ל- $g(y)$  וכתבו את הנוסחה ל- $g$  גם עם המשתנה  $x$ , כלומר מהו  $g(x)$ . מהי  $g'(10)$ ?

12. מהי נוסחת הפרבולה שהגרף שלה משיק לישר  $y = 2x + 3$  בנקודה  $(1, 5)$  ועובר דרך הנקודה  $(2, 10)$ ?

13. כתבו אי שוויון שקבוצת הפתרונות שלו היא  $[0, 3] \cup [4, 5]$

14. כתבו אי שוויון שקבוצת הפתרונות שלו היא  $(0, 3) \cup (4, 5)$

15. נתון שסדרה  $a_1, a_2, a_3$  בת שלושה איברים היא גיאומטרית,  $a_1 = 2$ , וסכום הסדרה הוא 0. אזי מנת הסדרה היא:

16. נתון שסכומה של סדרה גיאומטרית בת 10 איברים הוא  $\pi$  ושמתה היא 2. אם ממשיכים את הסדרה 10 איברים נוספים, סכומה יהיה: א.  $e$ . ב.  $\pi^2$ . ג.  $1025\pi$ . ד.  $256\pi$ .

17. תנו דוגמה לפונקציה  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  ש- $f(0) = f(1)$  ו- $Im(f)$  (התמונה של  $f$ ) היא  $[-1, 1]$