



מכנת
הטכניון

נוסחאות בוקטורים

מרחק הנקודה $M_0(x_0, y_0, z_0)$ מהמישור

$$: Ax + By + Cz + D = 0$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

מרחק הנקודה $M_0(x_0, y_0, z_0)$ מהישר

$$: \frac{x-x_1}{m} = \frac{y-y_1}{n} = \frac{z-z_1}{p}$$

$$d = \frac{|\overrightarrow{MM_0} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

M נקודה על הישר.

זווית בין המישור $Ax + By + Cz + D = 0$ והישר

$$: \frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$

$$\sin \theta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{v}|}{|\vec{n}| |\vec{v}|}$$

מרחק בין שני ישרים מצטלבים

$$\frac{x-x_1}{m_1} = \frac{y-y_1}{n_1} = \frac{z-z_1}{p_1}$$

$$\frac{x-x_2}{m_2} = \frac{y-y_2}{n_2} = \frac{z-z_2}{p_2}$$

$$d = \frac{|\overrightarrow{M_1 M_2} \cdot (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)|}{|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2|}$$

כאשר:

$$M_1(x_1, y_1, z_1)$$

$$M_2(x_2, y_2, z_2)$$

$$\vec{v}_1 = [m_1, n_1, p_1]$$

$$\vec{v}_2 = [m_2, n_2, p_2]$$

חלוקת קטע AB ביחס $\lambda = AC/CB$:

$$C \left(\frac{x_A + \lambda x_B}{1 + \lambda}, \frac{y_A + \lambda y_B}{1 + \lambda}, \frac{z_A + \lambda z_B}{1 + \lambda} \right)$$

חלוקת קטע AB ביחס $m:n = AC/CB$:

$$C \left(\frac{nx_A + mx_B}{m+n}, \frac{ny_A + my_B}{m+n}, \frac{nz_A + mz_B}{m+n} \right)$$

מכפלה וקטורית

מכפלה סקלרית

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

הערך המוחלט של ההיטל

$$\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}|} : \vec{a} \text{ על וקטור } \vec{b}$$

$$= |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta \quad \vec{a} \times \vec{b} \text{ ניצב ל- } \vec{a} \text{ ול- } \vec{b}$$

שטח מקבילית

מכפלה מעורבת

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

הסקלר $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$ מתאר נפח מקבילון הנוצר ע"י \vec{a}, \vec{b} ו- \vec{c} .

משוואת מישור במרחב

כללית: $Ax + By + Cz + D = 0$,

כאשר $\vec{n} = [A, B, C]$ הוא נורמל למישור.

פרמטרית: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\vec{u} + s\vec{v}$,

כאשר \vec{u} ו- \vec{v} שני וקטורים לא קולינאריים במישור,

O - הראשית, M_0 - נקודה נתונה על המישור,

M - נקודה כללית על המישור.

משוואת ישר במרחב

$$\text{סימטרית (קנונית): } \frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$

כאשר $\vec{v} = [m, n, p]$ הוא וקטור בכיוון הישר.

פרמטרית:

$$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases} \quad -\infty < t < +\infty$$