גיאומטריה אנליטית

מכינת הטכניון

חלוקת קטע ביחס λ

נתונות נקודות $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$, אם C נקודה פנימית בקטע AB כך ש- $\frac{AC}{CB} = \lambda$, אז:

(אם C נקודה חיצונית לקטע AB אז $\lambda < 0$)

$$x_C = \frac{x_A + \lambda x_B}{1+\lambda} \; ; \; y_C = \frac{y_A + \lambda y_B}{1+\lambda}$$

שטח משולש שקודקודיו $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ הוא:

$$S = \left| \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} \left| x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \right|$$

ישר

משוואה כללית של ישר: $Ax + By + C = 0$

משוואת ישר העובר דרך הנקודה (x_1, y_1) ושיפועו m: $y - y_1 = m(x - x_1)$

נוסחה למציאת הזווית החדה בין הישרים $y = m_1 x + n_1$, $y = m_2 x + n_2$: $\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$

מרחק הנקודה (x_1, y_1) מן הישר $Ax + By + C = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

משוואת יישר החותך את הצירים בנקודות $(a, 0)$ ו- $(0, b)$: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad a, b \neq 0$

מעגל

משוואת מעגל שמרכזו בנקודה (a, b) ורדיוסו R: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

משוואת המשיק למעגל הנ"ל בנקודה (x_0, y_0) עליו: $(x_0 - a)\cdot(x - a) + (y_0 - b)\cdot(y - b) = R^2$

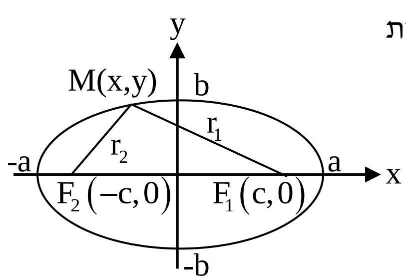
משוואת משיק (ששיפועו m) למעגל הנ"ל היא: $y - b = m(x - a) \pm R\sqrt{1 + m^2}$

משוואת המשיק למעגל הקנוני $x^2 + y^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) עליו: $xx_0 + yy_0 = R^2$

התנאי כי הישר $y = mx + n$ ישיק למעגל $x^2 + y^2 = R^2$: $n^2 = R^2(1 + m^2)$

אליפסה (שמרכזה בראשית הצירים וציריה על צירי השיעורים)

אליפסה - מקום גיאומטרי של כל הנקודות שסכום מרחקיהן משתי נקודות קבועות $F_1(c, 0)$ ו- $F_2(-c, 0)$ (מוקדי האליפסה) הוא קבוע, $r_1 + r_2 = 2a$.



משוואה קנונית של האליפסה: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

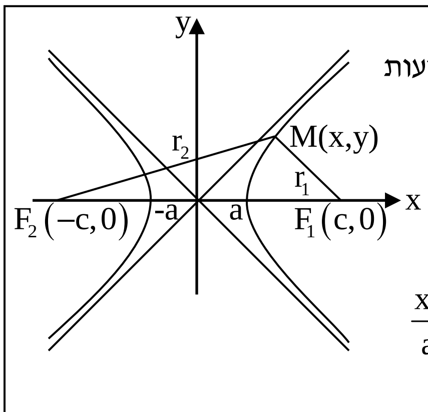
מרחק מוקד האליפסה הנ"ל מראשית הצירים: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

משוואת הישר המשיק לאליפסה הנ"ל בנקודה (x_1, y_1) עליה: $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$

התנאי שישר $y = mx + n$ ישיק לאליפסה הנ"ל: $n^2 = m^2 a^2 + b^2$

היפרבולה (שמרכזה בראשית הצירים וציריה על צירי השיעורים)

היפרבולה - מקום גיאומטרי של כל הנקודות שסכום מרחקיהן משתי נקודות קבועות $F_1(c, 0)$ ו- $F_2(-c, 0)$ (מוקדי ה) הוא קבוע, $|r_1 - r_2| = 2a$.



משוואה קנונית של ההיפרבולה: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

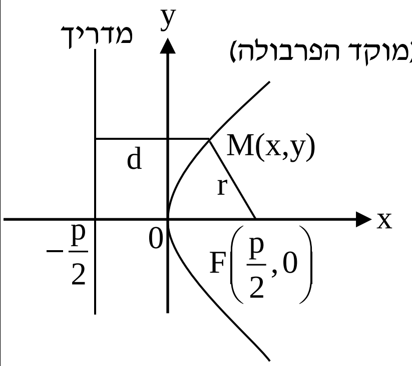
מרחק מוקד ההיפרבולה הנ"ל מראשית הצירים: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

משוואת הישר המשיק להיפרבולה הנ"ל בנקודה (x_1, y_1) עליה: $\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$

התנאי שישר $y = mx + n$ ישיק להיפרבולה הנ"ל: $n^2 = m^2 a^2 - b^2$

משוואות האסימפטוטות להיפרבולה הנ"ל: $y = \pm \frac{b}{a} x$

פרבולה (שקודקודה בראשית הצירים וציר הסימטריה שלה הוא ציר x)



פרבולה - מקום גיאומטרי של נקודות המרוחקות במידה שווה מנקודה קבועה F (מוקד הפרבולה) ומישר נתון (מדריך ה פרבולה) $d = r$.

משוואה קנונית של פרבולה : $y^2 = 2px$

משוואת משיק לפרבולה הנ"ל בנקודה $\left(x_1, y_1\right)$ עליה : $yy_1 = p\left(x + x_1\right)$

התנאי שישר $y = mx + n$ ישיק לפרבולה הנ"ל: $n = \frac{p}{2m}$

שיעורי המוקד : $\left(\frac{p}{2}, 0\right)$