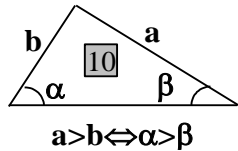


# גיאומטריה המישור - רשימת משפטים

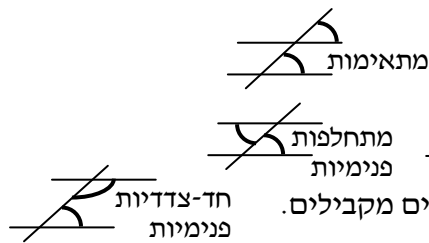
## א. המשולש

1. שני משולשים, השווים בשתי צלעות ובזווית הכלואה ביניהן - חופפים (משפט חפיפה צ"צ).
2. שני משולשים, השווים בשתי זוויות ובצלע שביניהן - חופפים (משפט חפיפה ז"ז).
3. שני משולשים, השווים בשלוש צלעותיהם - חופפים (משפט חפיפה צ"צ"צ).
4. שני משולשים, השווים בשתי צלעות ובזווית שמול הגדולה מבין הצלעות הללו - חופפים (משפט חפיפה צ"צ"ז).
5. זוויות קודקודיות שוות זו לזו.
6. חוצה-זווית הראש במשולש שווה-שוקיים (שו"ש) חוצה את הבסיס ומאונך לו.  
א. מסקנה - משולש שבו מבין: גובה לצלע, תיכון לצלע וחוצה-זווית שמול הצלע - שניים מתלכדים, הוא משולש שווה-שוקיים.
7. זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות.
8. משפט הדלתון: האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זווית הראש, חוצה את האלכסון המשני ומאונך לו.
9. זווית חיצונית במשולש גדולה מכל זווית שאינה צמודה לה.
10. מול הצלע הגדולה במשולש מונחת הזווית הגדולה, ולחיפך.
11. מול זוויות שוות במשולש מונחות צלעות שוות.
12. סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית, והפרש שתי צלעות במשולש קטן מהצלע השלישית.

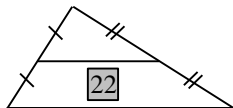
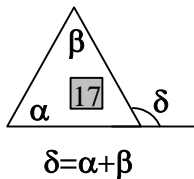


## ב. קווים מקבילים

13. אם שני ישרים נחתכים ע"י ישר שלישי, ונוצר זוג אחד של זוויות מתאימות שוות, או נוצר זוג אחד של זוויות מתחלפות (פנימיות או חיצוניות) שוות, או נוצר זוג אחד של זוויות חד-צדדיות (פנימיות או חיצוניות) שסכומן  $180^\circ$ , אז הישרים מקבילים.
14. אכסיומת המקבילים: דרך נקודה, הנמצאת מחוץ לישר, אפשר להעביר לישר זה מקביל אחד ויחיד.



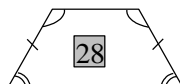
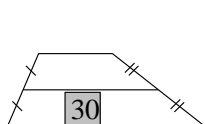
15. אם שני מקבילים נחתכים ע"י ישר שלישי, אז כל שתי זוויות מתאימות שוות, כל שתי זוויות מתחלפות שוות, וסכום של שתי זוויות חד-צדדיות הוא  $180^\circ$ .



16. סכום הזוויות במשולש הוא  $180^\circ$ .
17. זווית חיצונית במשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
18. סכום הזוויות במצולע קמור בעל  $n$  צלעות הוא  $180^\circ(n-2)$ .
19. סכום הזוויות החיצוניות במצולע קמור הוא  $360^\circ$ .
20. במשולש ישר-זווית התיכון ליתר שווה למחצית-היתר.  
א. משולש שבו התיכון לצלע שווה למחציתה הוא משולש ישר-זווית.
21. במשולש ישר-זווית, בעל זווית חדה  $30^\circ$ , הניצב מול זווית זו שווה למחצית-היתר.
22. קטע-אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.  
א. משפט הפוך א' - קטע היוצא מאמצע צלע אחת במשולש ומקביל לשנייה, חוצה את הצלע השלישית.
- ב. משפט הפוך ב' - קטע המקביל לצלע אחת במשולש ושווה למחציתה (ומחבר את שתי הצלעות האחרות), הוא קטע-אמצעים.
23. זוויות ששוקיהן מקבילות באותה מגמה או במגמה הפוכה - שוות זו לזו.  
א. זוויות ששוקיהן מאונכות בהתאמה - הן שוות או משלימות ל-  $180^\circ$ .

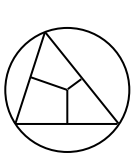
## ג. המרובעים

24. במקבילית צלעות נגדיות שוות, זוויות נגדיות שוות והאלכסונים נחצים.  
א. משפטים הפוכים:  
מרובע שבו יש שני זוגות של צלעות נגדיות שוות - הוא מקבילית.  
מרובע שבו יש שני זוגות של זוויות נגדיות שוות - הוא מקבילית.  
מרובע שאלכסונו נחצים - הוא מקבילית.  
מרובע, שזוג אחד של צלעותיו הנגדיות מקבילות ושוות - הוא מקבילית.
25. האלכסונים במלבן שווים.  
א. משפט הפוך: מרובע שאלכסונו שווים ונחצים הוא מלבן.
26. אלכסוני המעויין - נחצים, מאונכים זה לזה, וחוצים את זוויותיו.  
א. משפט הפוך: מרובע שמתקיימות בו שתיים מתכונות האלכסונים דלעיל, הוא מעויין.
27. אלכסוני הריבוע שווים זה לזה, מאונכים זה לזה וחוצים את זוויותיו.
28. בטרפז שווה-שוקיים הזוויות שליד הבסיס שוות, ולחיפך.
29. בטרפז שווה-שוקיים האלכסונים שווים, ולחיפך.
30. קטע-אמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.  
א. קטע היוצא מאמצע שוק אחד בטרפז ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה.



## ד. מקומות גיאומטריים ונקודות מיוחדות במשולש

31. המקום הגיאומטרי של הנקודות, הנמצאות במרחק שווה מקו ישר ובצידו האחד - הוא קו המקביל לישר זה.
32. חוצה-הזווית הוא המקום הגיאומטרי של הנקודות, הנמצאות במרחק שווה משוקי הזווית.
33. האנך האמצעי של קטע הוא המקום הגיאומטרי של כל הנקודות, הנמצאות במרחק שווה מקצות הקטע.
34. שלושת חוצי-הזווית של המשולש נפגשים בנקודה אחת, שהיא מרכז המעגל החוסם במשולש.
35. שלושת האנכים האמצעיים של המשולש נפגשים בנקודה אחת, שהיא מרכז המעגל החוסם את המשולש.
36. שני תיכונים במשולש מחלקים זה את זה ביחס  $2:1$ , כאשר החלק הגדול הוא ליד הקדקוד.
37. שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת.
38. שלושת הגבהים במשולש נפגשים בנקודה אחת.

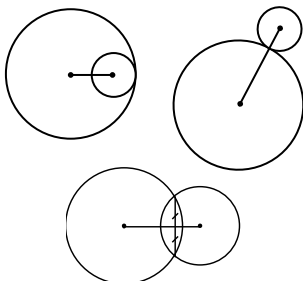
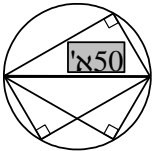
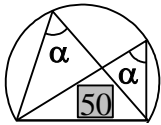
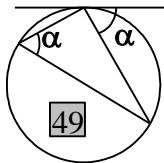


## ה. המעגל

39. א. לזוויות מרכזיות שוות שייכות קשתות שוות, ולחיפך.  
ב. לזווית מרכזית גדולה, שייכת קשת גדולה, ולחיפך.
40. א. לזוויות מרכזיות שוות, שייכים מיתרים שווים, ולחיפך.  
ב. לזווית מרכזית גדולה, שייך מיתר גדול, ולחיפך.
41. מסקנה:  
א. לקשתות שוות, שייכים מיתרים שווים, ולחיפך.  
ב. לקשת גדולה שייך מיתר גדול, ולחיפך.
42. הרדיוס המאונך למיתר, חוצה את המיתר ואת הקשת עליה הוא נשען.  
א. משפט הפוך: אנך אמצעי למיתר עובר דרך מרכז המעגל.
43. א. מיתרים שווים נמצאים במרחקים שווים מן המרכז, ולחיפך.  
ב. מיתרים שונים, נמצאים במרחקים שונים מן המרכז, באופן שהמיתר הגדול קרוב יותר למרכז, ולחיפך.
44. זווית היקפית שווה לחצי הזווית המרכזית, הנשענת איתה על אותה הקשת.
45. זווית פנימית ( $\gamma$ ) במעגל שווה לסכום הזוויות ההיקפיות, הנשענות על הקשתות, שכולאות את שוקיה ואת המשכי שוקיה.
46. זווית חיצונית ( $\varphi$ ) למעגל, אשר שוקיה חותכות את המעגל, שווה להפרש הזוויות ההיקפיות הנשענות על הקשתות, שכולאות את שוקיה.
47. תנאי הכרחי ומספיק, כדי שישיר ישיק למעגל, הוא שיהיה מאונך לרדיוס, בקצהו של הרדיוס.
48. אם מנקודה חיצונית למעגל, יוצאים שני משיקים למעגל אזי:  
א. שני קטעי המשיקים שווים באורכם.  
ב. הישר המחבר נקודה זו אל מרכז המעגל, חוצה את הזווית ביניהם.
49. זווית בין משיק ומיתר, היוצאים מנקודה אחת על המעגל, שווה לזווית ההיקפית הנשענת על הקשת הכלואה ביניהם ולחיפך.
50. המקום הגיאומטרי של הנקודות הנמצאות בצד אחד של קטע, ושמהן רואים קטע זה בזווית נתונה, הוא קשת המקטע המכיל את הזווית.  
א. המקום הגיאומטרי של הנקודות, שמהן רואים קטע נתון בזווית ישרה, הוא המעגל הבנוי על קטע זה כקוטר (להוציא את 2 נקודות קצות הקטע).
51. מרובע ניתן לחסימה במעגל אם ורק אם (או"א) סכום זוויותיו הנגדיות הוא  $180^\circ$ .
52. מרובע חוסם מעגל אם ורק אם (או"א) סכום שתי צלעות נגדיות שווה לסכום שתי הצלעות האחרות.
53. כל מצולע משוכלל ניתן לחסימה בתוך מעגל וחוסם מעגל. [שני המעגלים משותפי-מרכז (קונצנטריים)]
54. אם שני מעגלים משיקים זה לזה (השקה חיצונית או השקה פנימית), אז ציר המרכזים עובר דרך נקודת ההשקה.  
א. שני מעגלים הם משיקים אם ורק אם יש להם משיק משותף בנקודה אחת.
55. ציר-המרכזים של שני מעגלים נחתכים הוא אנך אמצעי למיתרם המשותף.



$$\varphi = \alpha - \theta$$





## ו. שטחים

56. שטח המלבן שווה למכפלת ארכו ברוחבו ( $S=ab$ ).

57. שטח המקבילית שווה למכפלת הבסיס בגובה ( $S=ah$ ).

58. שטח המשולש שווה:

א. לחצי מכפלת הבסיס בגובה ( $S = \frac{a \cdot h_a}{2}$ ).

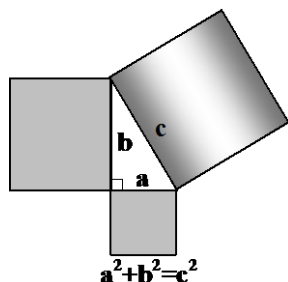
ב. למכפלת חצי ההיקף ברדיוס המעגל החסום ( $S=pr$ ).

ג. נוסחת הרון:  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

ד.  $S = \frac{abc}{4R}$  - רדיוס המעגל החוסם.

59. שטח הטרפז שווה למכפלת חצי סכום הבסיסים בגובה ( $S = (a+b)h/2$ ) או לקטע-האמצעים כפול הגובה.

60. משפט פיתגורס: במשולש ישר-זווית שטח הריבוע הבנוי על היתר שווה לסכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים.



61. במעגל שרדיוסו  $R$  שווה ההיקף ל-  $2\pi R$  והשטח ל-  $\pi R^2$ .

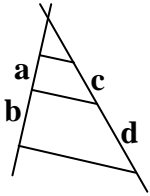
62. אורך הקשת שמול זווית מרכזית בת  $\alpha^\circ$  הוא  $\frac{\pi r \alpha}{180^\circ}$ .

63. שטח הגיזרה בעלת זווית מרכזית בת  $\alpha^\circ$  הוא  $\frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$ .

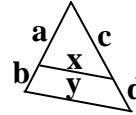


# ז. פרופורציה ודמיון

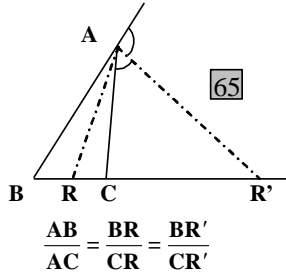
64. משפט תאלס: שני מקבילים החותכים שוקי זווית, מקצים עליהם קטעים פרופורציוניים ולחיפך.  
הרחבה: אם מעבירים מקביל לאחת מצלעות המשולש, נוצר משולש שצלעותיו יחסיות (פרופורציוניות) לצלעות המשולש המקורי.



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} = \frac{x}{y}; \frac{b}{a+b} = \frac{d}{c+d}$$



65. משפט חוצה-הזווית הפנימית: חוצה-הזווית הפנימית במשולש



מחלק את הצלע שמול הזווית כך ש-  $\frac{AB}{AC} = \frac{BR}{CR}$  ולחיפך.

משפט חוצה-הזווית החיצונית: חוצה-הזווית החיצונית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית הפנימית (חלוקה חיצונית)

כך ש-  $\frac{AB}{AC} = \frac{BR'}{CR'}$  ולחיפך.

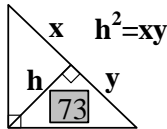
$$AR^2 = AB \cdot AC - BR \cdot CR$$

- 66. שני משולשים השווים בשתיים מזוויותיהם דומים (משפט דמיון ז"ז).
- 67. שני משולשים, השווים בזווית אחת והצלעות הכולאות אותה פרופורציוניות - דומים (משפט דמיון צ"צ).
- 68. שני משולשים, ששלוש צלעותיהם פרופורציוניות - דומים (משפט דמיון צ"צ).
- 69. שני משולשים, ששתיים מצלעותיהם פרופורציוניות, והזוויות אשר מול הגדולות שבצלעות האלה שוות - דומים (משפט דמיון צ"ז).

70. תכונות משולשים דומים: הגדלים הקווים - גובה, חוצה זווית, תיכון, מחוגי המעגלים, החוסם והחסום, היקף; מתייחסים זה לזה ביחס הדמיון.

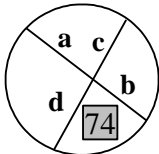
71. במשולשים דומים מתייחסים השטחים זה לזה כריבוע יחס הדמיון.

72. משולש ישר-זווית נחלק, ע"י הגובה ליתר, לשני משולשים הדומים לו.



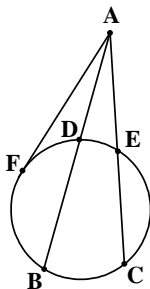
73. משפט אויסקלידס: א. במשולש ישר-זווית הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של קטעי-היתר (היטלי הניצבים על היתר) ולחיפך.

ב. במשולש ישר-זווית כל ניצב הוא ממוצע גיאומטרי בין היתר לבין היטלו של אותו ניצב על היתר ולחיפך.



$$ab=cd$$

74. מיתרים נחתכים בתוך המעגל באופן שמכפלת קטעי האחד שווה למכפלת קטעי השני. א. משפט הפוך: אם שני קטעים חותכים זה את זה באופן שמכפלת קטעי האחד שווה למכפלת קטעי השני - אזי 4 הנקודות שהן קצות הקטעים, נמצאות על מעגל אחד.



$$AF^2 = AB \cdot AD = AC \cdot AE$$

75. אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים חותכים ומשיק למעגל, אז מכפלת כל חותך בחלקו החיצוני היא גודל קבוע ושווה לריבוע המשיק.

א. משפט הפוך א': אם מנקודת A יוצאים שני קטעים AB ו-AC הנחלקים בנקודות D ו-E באופן ש-  $AB \cdot AD = AC \cdot AE$  אז נקודות B, C, E, D נמצאות על מעגל אחד.

ב. משפט הפוך ב': אם מנקודה A יוצאים שני קטעים AF ו-AC, אז  $AF^2 = AC \cdot AE$  באופן ש-  $AF^2 = AC \cdot AE$  אז AF משיק למעגל FCE.