טריגונומטריה

זהויות יסוד

$$\sin^2\alpha+\cos^2\beta=1$$

$$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}\qquad 1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$$

פונקציות סכום והפרש

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta\qquad \operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{(\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta)}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta\qquad \operatorname{ctg}(\alpha\mp\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta\pm1}{\operatorname{ctg}\beta\mp\operatorname{ctg}\alpha}$$

זווית כפולה

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

$$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}\qquad \operatorname{ctg}2\alpha=\frac{\operatorname{ctg}^2\alpha-1}{2\operatorname{ctg}\alpha}$$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}\qquad \cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}\qquad \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$$

$$\sin\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}\qquad \cos\alpha=\frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}\qquad \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

הפיכת סכום למכפלה

$$\sin\alpha\pm\sin\beta=2\sin\frac{\alpha\pm\beta}{2}\cos\frac{\alpha\mp\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha\pm\operatorname{ctg}\beta=\frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

הפיכת מכפלה לסכום

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\cos[\alpha-\beta]+\cos[\alpha+\beta]\right]$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right]$$

משפט הסינוס

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$$

משפט הקוסינוס

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos\alpha$$

משפט הטנגנס

$$\frac{a-b}{a+b}=\frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

שטח המשולש

$$S_\Delta=\frac{1}{2}ab\sin\gamma=\frac{a^2\sin\beta\sin\gamma}{2\sin\alpha}$$

$$S_\Delta=\frac{abc}{4R}=2R^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$$

R - רדיוס המעגל החוסם

הקשר בין זוויות המשולש ובין נוסחת הירון

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{(p-c)(p-b)}{bc}}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$$

משוואות טריגונומטריות

$$\sin x\ \sin x=\sin\alpha\ ,\quad x=(-1)^n\alpha+\pi n\ ,\quad n=0,\pm1,\dots$$

$$\cos x=\cos\alpha\ ,\quad x=\pm\alpha+2\pi n\ ,\quad n=0,\pm1,\dots$$

$$\operatorname{tg}x=\operatorname{tg}\alpha\ ,\quad x=\alpha+\pi n\ ,\quad n=0,\pm1,\dots$$

$$\operatorname{ctg}x=\operatorname{ctg}\alpha\ ,\quad x=\alpha+\pi n\ ,\quad n=0,\pm1,\dots$$

$$\sin3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$$

$$\cos3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$$

$$\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=2\sin^2\alpha-1$$

$$(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^2=1\pm\sin2\alpha$$

$$\sin\alpha\pm\cos\alpha=\sqrt{2}\sin(\alpha\pm\pi/4)$$

$$\sin\alpha=\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\mp\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}}$$

$$\cos\alpha=\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\mp\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}}$$

$$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sin x(\alpha+\varphi)\ ,\quad \cos\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\ ,\quad \sin\varphi=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$a\sin\alpha+b\cos\alpha=c\ \Rightarrow\ 2a\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2}+b\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)=c\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)\ \Rightarrow\ (b+c)\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}-2a\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}+c-b=0$$

מכינת
הטכניון